

9.2: Die Zahlen $a_1 = -3$, $b_1 = -1$, $a_2 = 1$, $b_2 = 3$ erfüllen die gestellten Forderungen.

9.3: Für die angegebenen Werte ergibt sich folgende Wertetabelle:

x	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	2	$\frac{9}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{4}$	3
y	2	$\frac{21}{16}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{16}$	0	$-\frac{3}{16}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{16}$	0

Die graphische Darstellung der Funktion unter Verwendung dieser Wertetabelle zeigt Bild L.9.1.

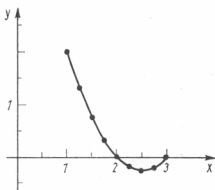


Bild L.9.1

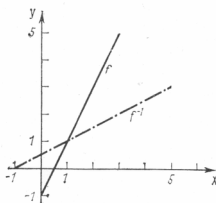


Bild L.9.2

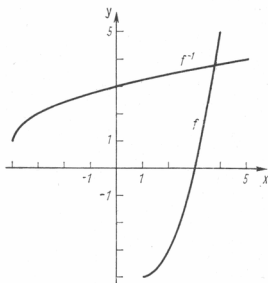


Bild L.9.3

9.4: Der Radikand muß größer oder gleich Null sein: $4x - 20 \geq 0$. Hieraus folgt $4x \geq 20$ oder $x \geq 5$, so daß der mathematische Definitionsbereich mit $I = [5, +\infty)$ gegeben ist.

9.5: Aus $x \in [0, 3]$ oder $0 \leq x \leq 3$ folgt zunächst $0 \leq 2x \leq 6$ und schließlich $-1 \leq 2x - 1 \leq 5$, so daß $W_f = [-1, 5]$ gilt. Weiter ergibt die Elimination von x aus $y = 2x - 1$ die Beziehung $x = \frac{1}{2}(y + 1)$. Daher lautet die zu (9.23) analoge Darstellung $f^{-1}: y = \frac{1}{2}(x + 1)$, $x \in [-1, 5]$.

Die Graphen von f und f^{-1} zeigt Bild L.9.2.

9.6: f ist eine Parabel. Von einer Parabel sind jedoch immer nur die einzelnen „Äste“ links bzw. rechts vom Scheitelpunkt eindeutige Funktionen. Die x -Koordinate x_s des Scheitelpunktes der gegebenen Parabel erhält man aus einer entsprechenden Formel (vgl. [4]) zu $x_s = 1$. Daher muß $1 \leq a$ gelten. Wir wählen $a = 1$. Für $1 \leq x \leq 4$ folgt $-4 \leq x^2 - 2x - 3 \leq 5$, so daß $W_f = [-4, 5]$ gilt. Die formale Elimination von x aus $y = x^2 - 2x - 3$ ergibt $x = 1 \pm \sqrt{4 + y}$. Das Minuszeichen scheidet aus, weil $x \in [1, 4]$ sein muß. Daher lautet die zu (9.23) analoge Darstellung von $f^{-1}: y = 1 + \sqrt{4 + x}$, $x \in [-4, 5]$. Die Graphen von f und f^{-1} zeigt Bild L.9.3. Wir erwähnen noch, daß für die Funktion f_a bei $a < 1$ zwar auch eine Umkehrabbildung, jedoch keine Umkehrfunktion mehr existiert.